

Materiali *e* Strutture

PROBLEMI DI CONSERVAZIONE

anno III numero 1 1993



«L'Erma» di Bretschneider

La Torre di Pisa: note su una proposta d'intervento alternativa

Pietro Lunardi

Il problema della stabilità della Torre di Pisa si presenta assai complesso e richiede di essere trattato con grande prudenza. In questo spirito, si propone una soluzione alternativa che consentirebbe di raggiungere lo scopo senza alterare in maniera irreversibile lo stato iniziale del terreno, né toccare in alcun modo l'antica struttura muraria. A conferma di tale soluzione si espongono le analisi eseguite con avanzati modelli numerici bi e tridimensionali in campo elasto-plastico.

1 Introduzione

Nonostante anni di studi e ricerche il problema della Torre di Pisa non ha ancora trovato la sua soluzione definitiva. Nessuna delle proposte presentate alle Commissioni ministeriali che si sono via via succedute si è definitivamente imposta sulle altre, in quanto non sono ancora certi gli effetti che i diversi interventi ipotizzati potrebbero provocare. In particolare, non si conosce a sufficienza quanto la Torre ed il terreno di fondazione siano prossimi alla rottura, con quale meccanismo questa avverrebbe, quali sono gli stati di coazione interna che gli interventi di consolidamento proposti andrebbero a modificare.

Il rischio è quello di indurre stati di sovrassollecitazione incompatibili con le caratteristiche di resistenza e deformabilità dei materiali, e di anticipare così il collasso della struttura anziché scongiurarlo.

Il problema, che già nel passato ha dato luogo ad accese discussioni tra gli esperti che lo hanno affrontato, si presenta assai complesso e richiede di essere trattato con grande umiltà. In questo spirito, si desidera qui proporre una soluzione alternativa per stabilizzare il monumento in maniera definitiva.

La proposta è mirata a rimuovere alla radice le cause del dissesto e ad ottenere la stabilizzazione del monumento attraverso la regimazione degli equilibri dinamici che presiedono al fenomeno, impiegando a tale fine strumenti «naturali» di consolidamento del terreno, senza bisogno di applicare azioni di qualsiasi tipo sull'antica struttura muraria.

Operando per questa via:

- non si altererebbe in maniera irreversibile lo stato iniziale del terreno;
- non si sovrapporrebbero nella struttura muraria ulteriori coazioni su quelle già esistenti e non perfettamente note.

In collaborazione con gli ingegneri Renzo Bindi e Claudio Dal Bo la nuova possibile soluzione è stata sottoposta ad uno studio approfondito, che si è sviluppato attraverso i seguenti passi:

- analisi dell'evoluzione degli equilibri naturali nella zona del monumento e di tutte le possibili interazioni con il problema *Torre*;
- elaborazione di tutte le informazioni raccolte, mirata a ridurre le esistenti incertezze sull'attuale grado di sicurezza della *Torre*;
- verifica della validità della soluzione in proposta.

Nel prosieguo della trattazione, dopo aver brevemente illustrato i risultati della ricerca conoscitiva, sintesi dei molti contributi e delle osservazioni fatte dai numerosi esperti che nel passato si sono in qualche modo occupati del problema, si commentano le evidenze emerse dalle analisi eseguite, sulla base dei dati raccolti, con avanzati modelli numerici bi e tridimensionali in campo elasto-plastico. Tali modelli sono stati elaborati mediante il codice di calcolo ADINA.

2 La struttura muraria

La fondazione della *Torre* è costituita da un sottofondo di pietrame e malta di calce di San Giuliano su cui poggia un primo anello di muratura, dotato di gradoni sia verso l'interno che verso l'esterno.

L'ossatura portante in elevazione è un cilindro cavo la cui parete è costituita da due foderi in bozze di pietra di San Giuliano perfettamente lavorate e accuratamente murate tra di loro (Bartelletti e Selleri, 1976; Selleri, 1978). Il paramento esterno è spesso circa 40 cm, quello interno circa 30. La struttura interposta tra i due paramenti è costituita da muratura più o meno propriamente detta a sacco, in pezzi di pietra e malta di calce di San Giuliano, che costituisce la maggior parte della massa muraria.

Sondaggi eseguiti nella muratura rivelano la presenza di cavità anche dove non è giustificato attendersi degli alleggerimenti voluti dai costruttori. La presenza di questi vuoti costituisce una grande incognita dal punto di vista della resistenza globale della struttura.

3 I movimenti della *Torre*

Il movimento complessivo della struttura può essere considerato come la somma di due movimenti elementari (Sansoni, 1989):

- un abbassamento verticale di circa 2 m;
- una rotazione intorno all'asse baricentrico della base, la quale presenta attualmente un dislivello di circa 1,80 m tra i due punti diametralmente opposti nel piano di massima pendenza, che in origine giacevano su un piano orizzontale. Di questi, quello a Nord è praticamente fermo, mentre quello a Sud, a causa del moto di rotazione, sprofonda attualmente alla velocità di circa 0,7 mm l'anno.

I primi dati certi sulla misura della pendenza della *Torre* ci giungono da E. Cresy e G.L. Taylor, che nel 1817 eseguirono due misurazioni dello strapiombo lasciando cadere internamente un filo a piombo dal settimo ripiano fino al piano d'appoggio delle murature di elevazione, ottenendo rispettivamente 12 piedi, 6 pollici e un quarto, e 12 piedi e 7 pollici, vale a dire 3,82 e 3,84 m (Pierotti, 1990).

Questi valori sono sconcertanti se si raffrontano con il valore fornito dal Vasari nel

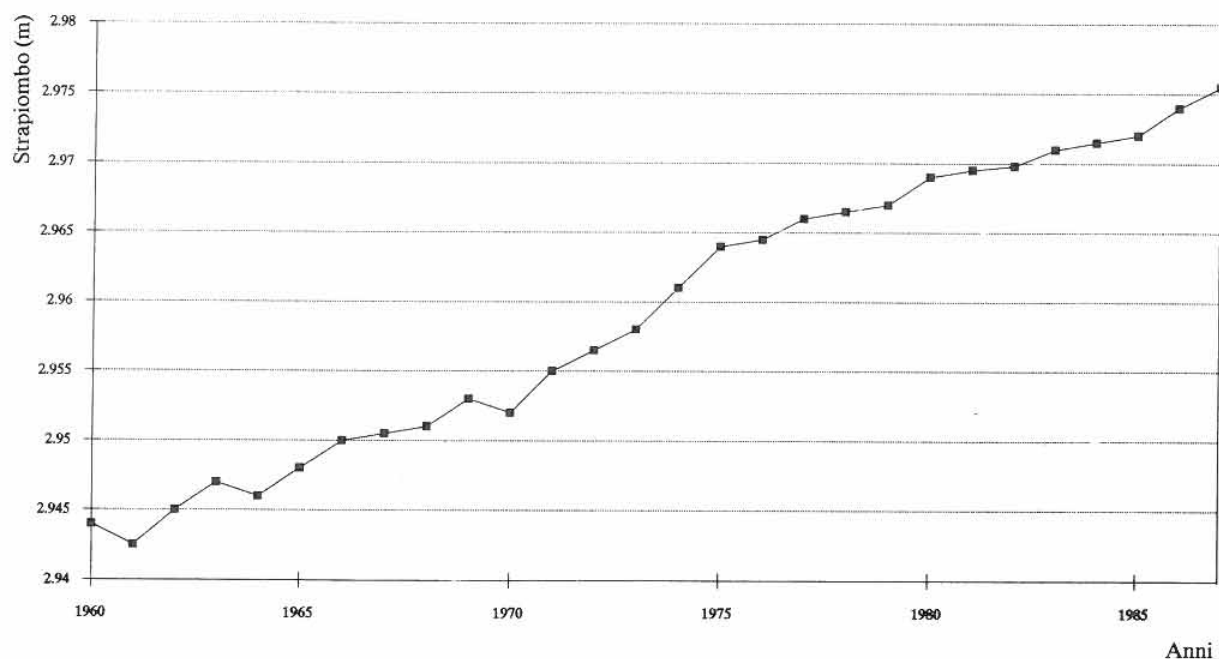


Fig. 1 Incremento dello strapiombo tra la prima e la settima cornice (anni 1960÷1987).

1565: 6 braccia e mezzo, cioè 3,79 m, che significa che la *Torre* dal 1565 al 1817 sarebbe stata quasi ferma.

Anche se il dato non è probante perché non viene descritto come e da dove fu eseguita la misura, esso è tuttavia degno di credito, considerato che Vasari era uomo del mestiere ed è dunque probabile che abbia eseguito correttamente la misura. Se ne deduce che furono i lavori del Gherardesca, che negli anni 1838 e 1839 riportò alla luce il basamento creando un inefficace sistema di drenaggio, ad innescare una nuova fase di movimento. Infatti dal 1817 al 1911, anno in cui iniziarono le misurazioni sistematiche dello strapiombo, lo spostamento orizzontale aumentò di circa 20 cm, con una media di 2,1 mm/anno, quasi il doppio della media di questo secolo (1,2 mm/anno).

A partire dal 1911 l'inclinazione della *Torre* è stata tenuta sotto controllo con misurazioni sistematiche. I valori rilevati presentano un certo gradiente degli accrescimenti (Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici, 1989; Geri e Palla, 1988). Ad esempio, l'aumento è pari al 5.0" sessagesimali all'anno nel periodo 1923-33 (metodo Pizzetti); 5.5" all'anno dal 1958 al 1968 (inclinometro G. B.); 6.5" all'anno nel periodo 1979-89 (inclinometro G. B.). Queste valutazioni sono sostanzialmente confermate da approfondite elaborazioni statistiche.

La figura 1 mostra la variazione dello strapiombo nel piano di massima pendenza, tra i punti più esterni della prima e settima cornice, dal 1960 al 1987; nei primi anni '70 si nota un vistoso incremento che fu imputato alla subsidenza causata dai copiosi emungimenti di acqua dal sottosuolo. Alla fine del 1987 l'inclinazione rispetto alla verticale dell'asse della *Torre* era: $\delta_{1987} = 5^{\circ}22'15''$.

4 Il terreno di fondazione

Le prime indagini geognostiche sul terreno di fondazione furono eseguite nel 1907 a cura del prof. M. Canevari. Esse consistettero in una serie di sondaggi di profondità infe-

riore ai 20 m, con prelievo di campioni rimaneggiati che furono analizzati solo qualitativamente dal punto di vista mineralogico e petrografico.

Da allora sono stati eseguiti a più riprese numerosi altri sondaggi, alcuni dei quali spinti ad oltre 60 m di profondità, che hanno permesso di ricostruire un attendibile profilo geologico-stratigrafico dell'area. I risultati sono ben documentati nella relazione ministeriale del 1971.

Dal punto di vista stratigrafico, nei primi 60 m si possono distinguere 6 gruppi di terreni che possono riunirsi in 3 complessi:

- *complesso A*: strati misti superiori (fino a ~ 10 m di profondità), costituiti da strati di limo, argille e sabbie molto discontinui, tanto che spesso non è possibile stabilire correlazioni tra sondaggi distanti fra loro solo 2 m;

- *complesso B*: argille superiori (da ~ 10 a ~ 21 m di profondità), molto plastiche, di colore grigio-azzurro, uniformi e senza indizi di stratificazione; frequente la presenza del fossile di *Cardium edule*, che misure eseguite con il metodo del carbonio radioattivo fanno risalire circa 5000 a.C.;

argille intermedie (da ~ 21 a ~ 25 m di profondità), simili a quelle del complesso A;

sabbie intermedie (da ~ 25 a ~ 27 m di profondità), simili a quelle del complesso A;

argille inferiori (da ~ 27 a ~ 40 m di profondità), simili a quelle superiori;

- *complesso C*: sabbie inferiori (da ~ 40 a ~ 63 m di profondità), con intercalazioni limose ed argillose.

Al di sotto dei 63 m la costituzione del sottosuolo è nota attraverso altri sondaggi eseguiti in varie zone di Pisa:

da ~ 63 a ~ 86 m: argilla lagunare con intercalazioni di limo;

da ~ 86 a ~ 115 m: argilla grigio-azzurra di ambiente marino;

da ~ 115 a ~ 134 m: argilla grigio-scura con intercalazioni di limo;

da ~ 134 a ~ 145 m: ghiaia con intercalazioni di sabbia.

Per quanto concerne le acque sotterranee, nel sottosuolo del monumento è possibile distinguere la presenza di una falda freatica nei terreni sabbio-limosi del complesso A, di una falda artesianica nel complesso C, e di un regime di pressioni interstiziali nei terreni prevalentemente argillosi del complesso B. In figura 2 sono schematizzati i suaccennati dati stratigrafici, unitamente agli interventi proposti nel successivo paragrafo 6.

4.1 La falda freatica superficiale

Dall'osservazione delle mappe isofreatiche redatte nel periodo 14,4,64 - 4,5,66 si può rilevare che la falda freatica ha un moto inverso rispetto alla pendenza della *Torre*, con direzione di massima pendenza da Sud-Sud Est a Nord-Nord Ovest, che praticamente coincide con la direzione di massima pendenza della struttura. La superficie libera si trova attorno alla sua quota media di +1,80 m sopra il livello medio del mare; in concomitanza degli eventi meteorici subisce oscillazioni dell'ordine di ± 30 cm intorno alla sua quota media.

La circolazione delle acque si verifica principalmente nelle sabbie del complesso A, il cui coefficiente di permeabilità è dell'ordine di 10^{-6} m/s.

La falda risulta essere influenzata notevolmente, in termini di direzione di flusso, dagli edifici presenti in Piazza dei Miracoli, ma si può notare che in prossimità della *Torre* mantiene un gradiente abbastanza costante, pari a: $\delta H / \delta l = 0,2 / 25 = 0,8\%$.

Più a lato, invece, il gradiente idraulico subisce notevoli variazioni, passando da valori di 0,4% a valori di 1,6%; i gradienti maggiori si hanno nei periodi di siccità, quando la fal-

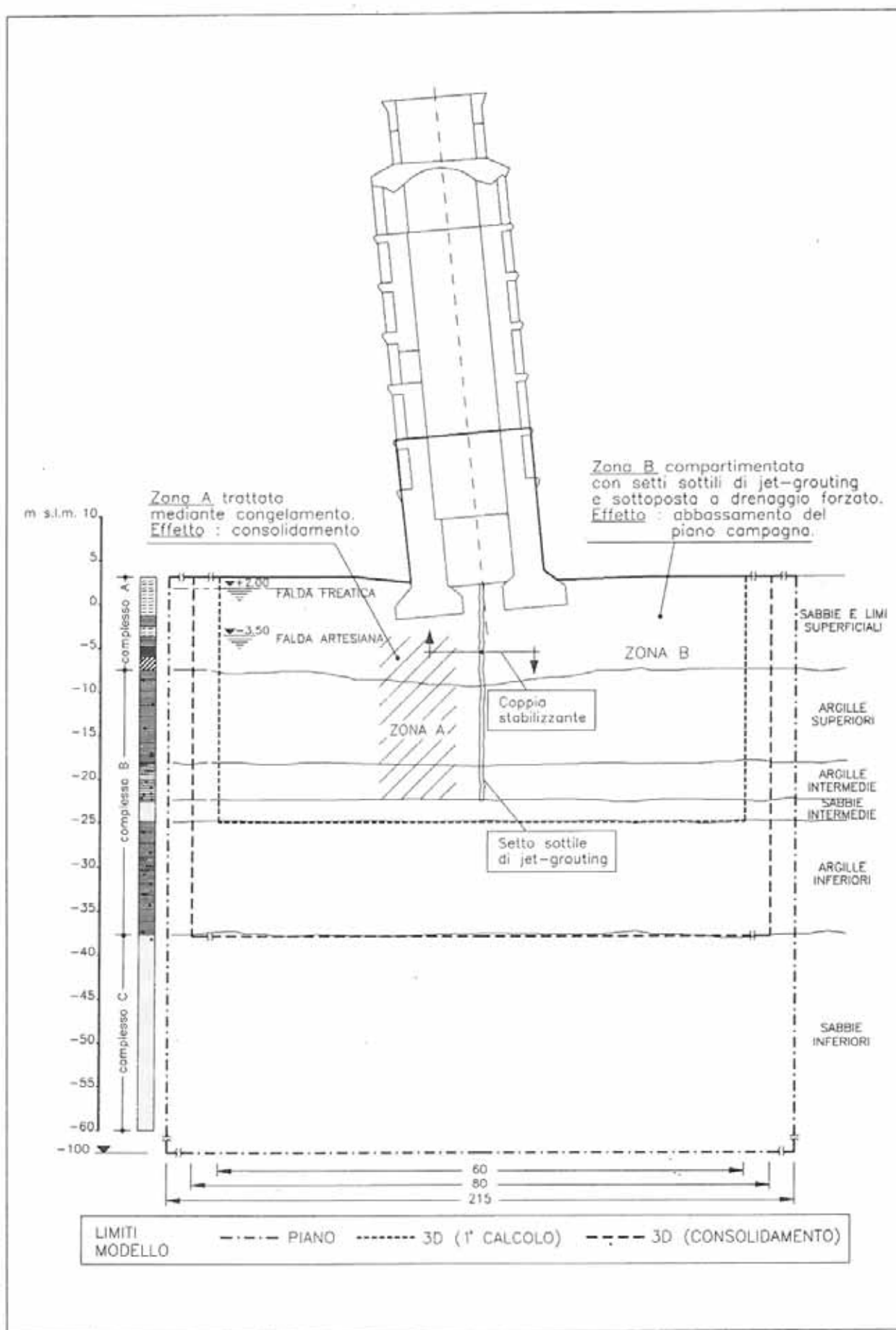


Fig. 2 Rappresentazione dei dati stratigrafici e schema di stabilizzazione per compartimentazione del terreno e regimazione della falda.

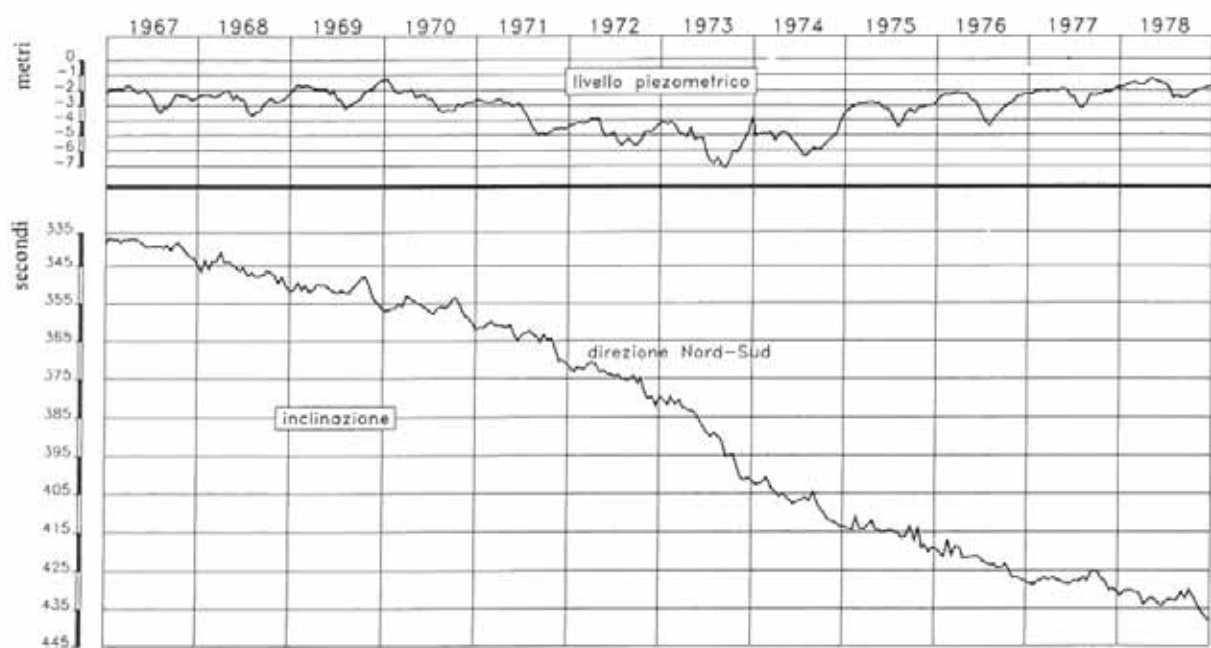


Fig. 3 Livello piezometrico della falda profonda e inclinazione della *Torre* in direzione N-S.

da si trova a quote più basse, mentre durante i periodi di pioggia si hanno i gradienti minori in concomitanza a livelli di falda più elevati. L'alta variabilità sembra denotare una certa sensibilità del terreno alle oscillazioni della falda, che alzandosi lo rigonfia e ne aumenta la permeabilità, mentre sotto la *Torre* il fenomeno si presenta in misura minore per l'elevato grado di consolidazione raggiunto a causa dello stato tensionale indotto.

4.2 La falda artesianiana

Dai dati riferiti al 1966, si rileva che la quota piezometrica di questa falda è sempre inferiore al livello medio del mare ed è compresa tra -1,5 m e -3,2 m. Le sue oscillazioni sono notevoli e molto rapide, potendo raggiungere e superare l'ampiezza di un metro in qualche giorno.

Si è accertato che esiste una correlazione tra l'escursione piezometrica di questa falda ed il moto della *Torre*, con preoccupante accelerazione nei periodi di intenso pompaggio delle falde sotterranee (fig. 3). Il fenomeno della subsidenza, dovuto alle attività di estrazione idrica, ha destato, nel 1973, un allarme tale da ritenere opportuno chiudere tutti i pozzi nel raggio di 1500 m dal monumento.

4.3 Proprietà geomeccaniche

Il terreno di fondazione della *Torre* è stato studiato dal punto di vista delle proprietà geomeccaniche con l'esecuzione di numerose prove in situ ed in laboratorio. I risultati di queste prove, ampiamente documentati nella già citata relazione ministeriale, hanno consentito di scegliere con discreto grado di approssimazione i parametri di resistenza da adottare nella modellazione numerica.

Più complessa è stata la valutazione dei moduli elastici, perché in nessuna delle prove eseguite era stata ricostruita la situazione tensionale corrispondente allo stato indisturbato: avevamo a disposizione solamente i valori dei moduli secanti al 50% della defor-

mazione totale, che, se adottati in un modello matematico, avrebbero penalizzato eccessivamente la rigidità di un terreno dalle non elevate qualità meccaniche.

Non disponendo delle prove di laboratorio richieste per l'impiego di formulazioni sperimentali più attendibili, ci si è riferiti a correlazioni empiriche che forniscono valori di riferimento del modulo sulla base dei risultati ottenuti nel corso di prove penetrometriche in situ.

Per le sabbie superficiali ed intermedie si è utilizzata la relazione proposta da Baldi nel 1986 (Lancellotta, 1987):

$$G_o/q_c = 44 \cdot (\sigma'_{oct})^{-0.92} \cdot \exp(-1.92 \cdot D_R) \cdot C$$

dove:

$G_o = \frac{E'}{2(1+\mu)}$, modulo di elasticità tangenziale;

q_c = resistenza di punta al penetrometro statico, determinata dai profili penetrometrici contenuti nello studio ministeriale;

σ'_{oct} = tensione efficace ottaedrale;

D_R = densità relativa;

C = coefficiente riduttivo in funzione della profondità.

Per le sabbie inferiori e profonde si è utilizzata la relazione empirica:

$$E = E_{10} \cdot \sqrt{h}$$

dove:

E_{10} = modulo elastico a 10 m di profondità, assunto pari a 100 MPa;

h = profondità dal piano campagna.

Infine, per le argille si è fatto riferimento ad uno studio di Jamiolkowski (1988), in cui il modulo elastico drenato viene messo in relazione al grado di sovraconsolidazione, all'attuale tensione efficace verticale e ad alcune prove eseguite nel laboratorio dell'Istituto di Costruzioni Marittime e Geotecnica dell'Università di Padova su campioni di terreno pisano.

5 Lo studio di stabilità

Si sono realizzati alcuni modelli numerici della *Torre* con il metodo degli elementi finiti:

- un modello piano, con il quale ci si proponeva di cogliere l'ordine di grandezza dei fenomeni plastici sul terreno in funzione del grado di inclinazione della *Torre*;
- un primo modello tridimensionale, ottimizzato grazie alle conoscenze acquisite dal modello piano, per stimare l'attuale grado di sicurezza del monumento;
- un secondo modello tridimensionale per verificare gli effetti degli interventi.

I calcoli sono stati spinti in campo non lineare preoccupandosi di tener conto, nella maniera più realistica possibile, delle caratteristiche fisiche, meccaniche e tenso-deformative dei materiali in gioco.

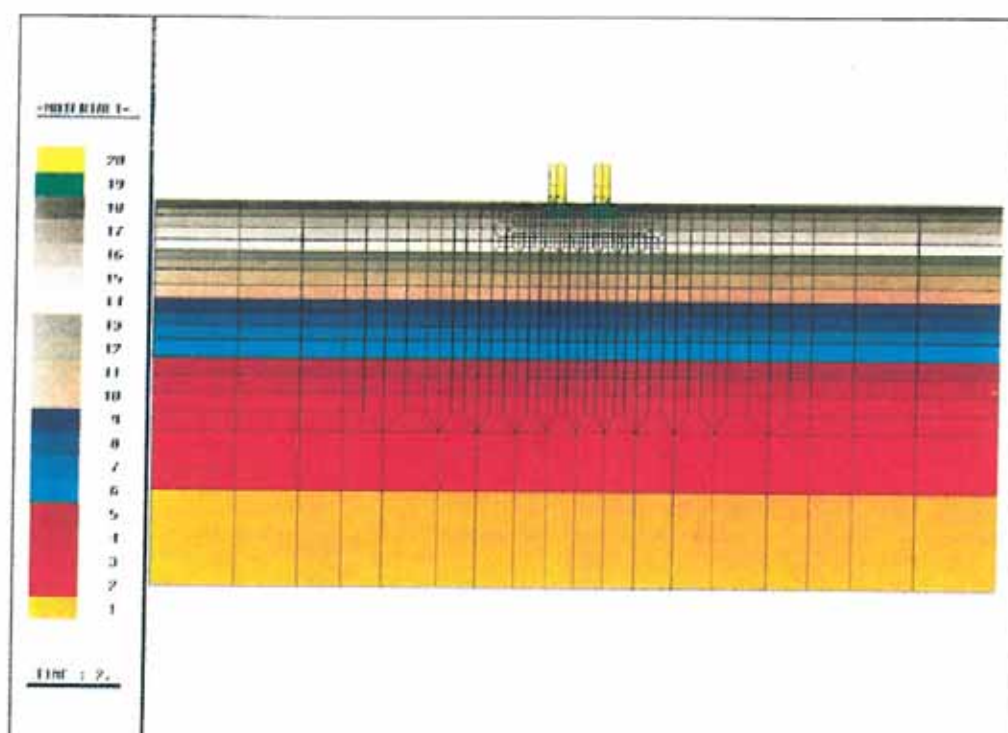


Fig. 4 Modello piano ad elementi finiti: stratificazione dei materiali.

5.1 Il modello piano

Un modello piano, applicato allo studio di una situazione prettamente tridimensionale come quella della *Torre*, ha gravi limitazioni e comporta, naturalmente, una evidente approssimazione nei risultati. Nondimeno, con un notevole risparmio dal punto di vista computazionale, esso può fornire utili informazioni per la realizzazione successiva di un modello tridimensionale.

5.1.1 Scopi del modello piano. Con il modello piano ci si proponeva principalmente di verificare i seguenti aspetti:

- estensione della zona di terreno significativamente disturbata dalla struttura;
- espansione della zona di rottura in funzione dell'inclinazione;
- attendibilità dei parametri geomeccanici assunti.

Per quanto concerne quest'ultimo importantissimo punto, si rammenta che il cedimento del monumento è riconducibile principalmente a fenomeni di consolidazione primaria del terreno ed a fenomeni secondari. Con un modello di tipo elastoplastico come quello adottato si possono ben interpretare le deformazioni di tipo primario, cioè quelle che avvengono in breve tempo dopo l'applicazione del carico. Il valore del cedimento calcolato può dunque essere assunto come quello verificatosi durante la costruzione della *Torre* e paragonato al valore osservato al termine della costruzione dell'ottavo ordine, prima dell'ultima sospensione dei lavori (circa il 14% di quello odierno; Jamiolkowski, 1988). Da questo confronto è possibile valutare l'entità degli spostamenti, comunque legati al tempo, ottenuti per differenza tra quelli totali misurati e quelli calcolati in campo elastoplastico mediante modello matematico. Viene valutata inoltre la relazione tra gli spostamenti della *Torre*, l'entità delle plasticizzazioni e le relative modalità di propagazione nel terreno.

5.1.2 *Costruzione della maglia.* La maglia è stata studiata in modo da riprodurre la situazione geolitologica rappresentata nelle tavole allegate alla relazione ministeriale del 1971, con particolare riferimento alle sezioni eseguite lungo il piano di massima pendenza, assunto come piano di giacitura del modello. Come si può vedere dalla figura 4, il terreno è stato schematizzato come una successione di 18 strati paralleli orizzontali.

Per poter rilevare con attendibilità l'estensione delle zone interessate a rottura si è modellato il terreno fino ad una profondità di 100 m da p.c., mentre in direzione orizzontale la maglia ha un'estensione di 107,5 m da entrambe le parti rispetto all'asse della struttura.

Questa, in posizione iniziale perfettamente verticale, è stata modellata in maniera semplificata fino al primo ordine, trascurando la presenza del catino ed applicando agli elementi di estremità le pressioni trasmesse dagli ordini soprastanti.

La struttura risulta schematizzata, nell'ambito del modello piano, in due muri separati, di sezione coincidente con quella mediana della *Torre* lungo il piano di massima pendenza.

Per ricostruire nel modello la situazione reale di struttura unitaria, dotata di rigidità d'anello, si sono adottati alcuni artifici, con la sola funzione di rendere solidali tra loro le due sezioni di muratura. Naturalmente, questa impostazione preclude ogni possibilità di valutare realisticamente le deformazioni e le sollecitazioni sulla *Torre*, cosa del resto che non rientrava negli scopi prefissati di questa fase.

5.1.3 *Schema di calcolo.* Il calcolo si è svolto attraverso l'esecuzione di diversi passi (*time*), rigorosamente sequenziali, con i quali si è:

- ricostruito uno stato plausibile di tensioni iniziali nel terreno (situazione precedente alla costruzione della *Torre*, dove il solo carico agente era il peso proprio del terreno;
- simulata la realizzazione della *Torre*, supposta inizialmente verticale;
- simulato il progredire dell'inclinazione attraverso l'applicazione incrementale di un sistema di forze dovuto all'inclinazione fino a raggiungere quello attuale;
- calcolato l'effetto dell'applicazione di una coppia di valore doppio rispetto a quella attuale.

5.1.4 *Il calcolo con parametri drenati.* Per schematizzare il comportamento tenso-deformativo del terreno si è adottato il criterio di Druker-Prager, utilizzando parametri geomeccanici riferiti a condizioni drenate. Come noto, questi corrispondono alla situazione in cui l'acqua interstiziale può dissipare le sovrappressioni indotte dai carichi esterni. Nelle argille i fenomeni di dissipazione sono molto lenti, ma quando è molto lenta anche l'applicazione dei carichi il sistema può essere considerato in condizioni drenate (Colombo, 1974). Per questo motivo si è ritenuto che tali condizioni fossero le più realistiche nel caso della *Torre*: con il suo movimento essa carica molto lentamente il terreno dando alle sovrappressioni interstiziali il tempo di dissiparsi.

5.1.5 *Risultati del modello piano.* Il modello piano ha fornito utili indicazioni sull'estensione della zona interessata dal disturbo prodotto dalla *Torre*. Si è evidenziato che la zona plasticizzata alla *time* 5, che rappresenta la situazione attuale, si estende fino ad una profondità di 35 m (fino alle argille inferiori comprese) dalla parte sottopendenza, mentre le rotture plastiche iniziano ad interessare anche il terreno dalla parte soprapendenza (fig. 5).

Questa tendenza è confermata dal successivo test eseguito raddoppiando la coppia agente: infatti la zona plasticizzata non si approfondisce ulteriormente ma si espande lateralmente assumendo dimensioni notevoli e la zona plasticizzata si estende anche nella parte superficiale soprapendenza (fig. 6). Viene inoltre evidenziata una possibile superficie di scorrimento che potrebbe diventare critica aumentando ulteriormente l'inclinazione.

Per quanto riguarda gli spostamenti, va detto che sotto condizioni di carico analoghe l'inclinazione raggiunta nel modello è pari a circa mezzo grado sessagesimale, cioè il 10% dell'inclinazione attuale.

Se si confronta questo valore con quello fornito da Jamiolkowski prima della costruzione della cella campanaria (14% dell'attuale, già comprensivo dei cedimenti accumulati durante il lungo periodo di sospensione dei lavori di edificazione precedente) si può dedurre che i parametri geotecnici adottati sono abbastanza realistici.

5.2 Il modello tridimensionale

5.2.1 Scopi del modello tridimensionale. Il modello tridimensionale, impostato sulla base delle indicazioni del modello piano, è stato realizzato per verificare i seguenti aspetti:

- stato tensionale nella fondazione e nella struttura muraria in elevazione, con particolare riferimento alla situazione attuale;
- stato tensionale del terreno sottostante la fondazione;
- effetti di un aumento dell'inclinazione nella muratura e sul terreno, e possibile meccanismo di rottura.

5.2.2 Il reticolo ad elementi finiti. Sulla base dei risultati forniti dal modello piano e tenendo ben presenti gli scopi da raggiungere, si è passati alla costruzione del modello tridimensionale. Per non appesantire eccessivamente il calcolo, le dimensioni del modello sono state opportunamente contenute adottando una serie di accorgimenti. In particolare:

- si è introdotta l'ipotesi di simmetria della *Torre* rispetto al piano di massima pendenza, ipotesi che permette di limitare il calcolo a metà modello;
- la struttura muraria è stata modellata solo fino al secondo ordine, comprendendo quindi le zone più interessate dalla stabilità globale: le più critiche, dato il maggior carico verticale e la sua forte eccentricità;
- si è cercato di rappresentare il più fedelmente possibile la geometria della *Torre*, comprese le varie aperture e la scala elicoidale che sale all'interno della muratura: queste infatti, sia come discontinuità geometriche che come fattori di riduzione della sezione resistente, sono causa di concentrazioni di sforzo e possono dar luogo a punti molto critici in condizioni di carico limite;
- si è trascurata la presenza del colonnato, constatata la difficoltà di calcolarne l'effettivo contributo statico, in quanto il carico assorbito e trasmesso dalle colonne risulta molto influenzato dallo schema di calcolo utilizzato (Bartelletti e Selleri, 1976);
- la discretizzazione del terreno di fondazione, infine, è stata estesa per circa 30 metri dall'asse della *Torre* in senso laterale e fino ad una profondità di circa 25 m (fig. 2).

Quest'ultima scelta è stata suggerita dalle seguenti considerazioni:

- a distanza superiore a 30 m dall'asse della *Torre* gli spostamenti orizzontali, calcolati con il modello piano, sono ridottissimi e nessun elemento subisce rotture;

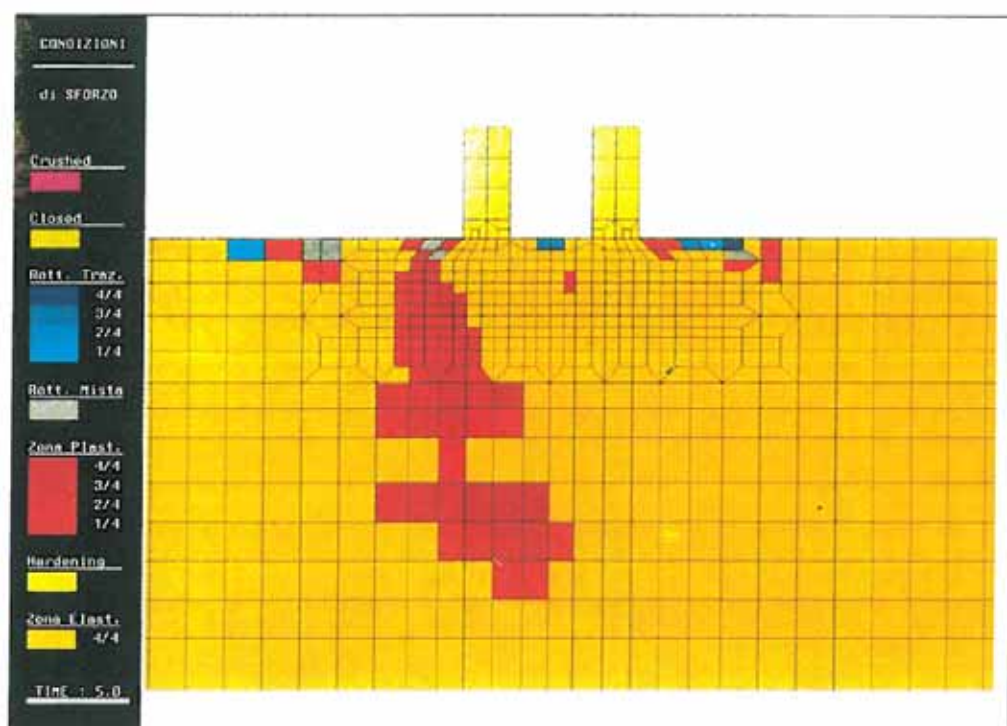


Fig. 5 Modello piano ad elementi finiti: zone plasticizzate nella configurazione attuale.

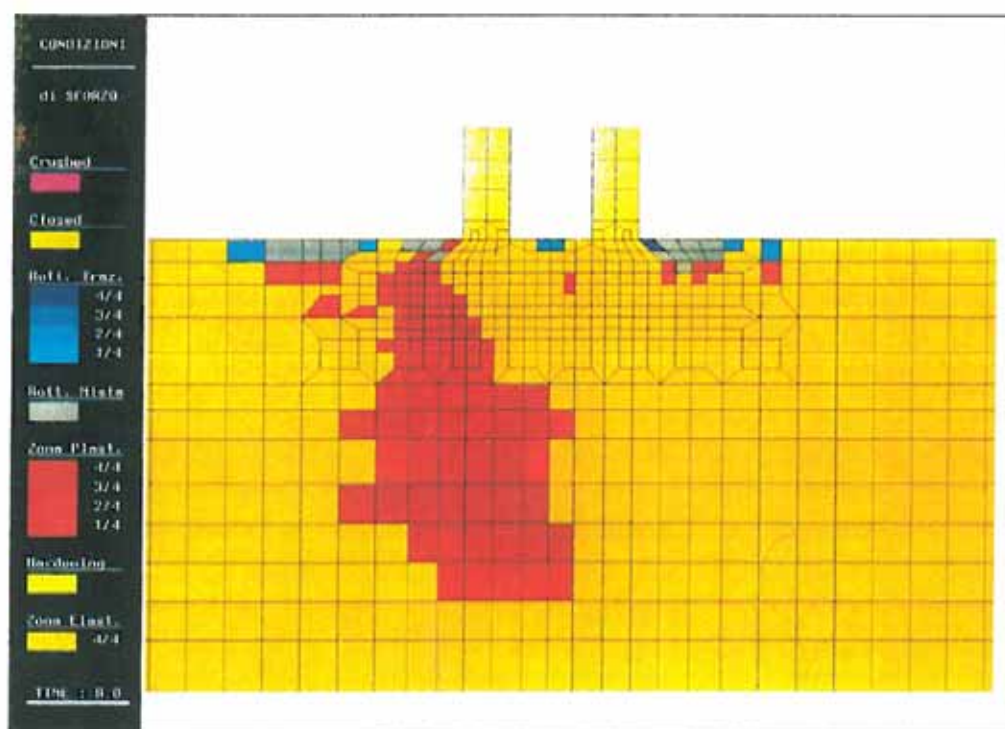


Fig. 6 Modello piano ad elementi finiti: zone plasticizzate con coppia doppia rispetto all'attuale.

- a 25 m di profondità si ha il passaggio dalle argille intermedie, caratterizzate da un ridotto modulo elastico, alle sottostanti sabbie intermedie, assai più rigide;
- a questa profondità gli spostamenti verticali calcolati con il modello bidimensionale sono già molto piccoli.

5.2.3 I materiali. Nel modello sono stati individuati 11 materiali, di cui 7 relativi al terreno e 4 alla struttura muraria. Per i materiali rappresentanti il terreno si sono adottati sostanzialmente gli stessi parametri geomeccanici, in condizioni drenate, utilizzati nel modello bidimensionale.

Il comportamento meccanico è stato supposto di tipo elastico-perfettamente plastico con curva di rottura definita dal criterio di Drucker Prager sia per il terreno che per i materiali costituenti la muratura. Questo criterio non è in genere ritenuto adatto per rappresentare il comportamento delle murature. Nel nostro caso si è usato per non complicare eccessivamente la fase di input, considerato che la maggior precisione ottenibile con un modello di comportamento più sofisticato sarebbe stata del tutto illusoria, viste le incertezze che esistono sulle caratteristiche globali di resistenza della muratura, penalizzata inoltre dalla presenza casuale di vuoti.

Nella scelta dei parametri di coesione ed attrito si è cercato di far sì che la curva di rottura interpretasse, in modo conservativo, il comportamento del materiale in prossimità della crisi.

5.2.4 I carichi esterni. Avendo modellato solamente i primi due ordini della *Torre*, si è calcolato il carico trasmesso dalla parte soprastante, facendo riferimento all'inclinazione attuale.

Il carico è stato applicato sotto forma di pressioni, ripartito in due contributi: uno relativo al carico verticale ed uno alla coppia.

5.2.5 Il calcolo. Anche nel modello tridimensionale l'elaborazione si è svolta attraverso l'esecuzione di una serie di passi rigorosamente sequenziali:

- a) calcolo dello stato iniziale di tensione, nel terreno;
- b) attivazione degli elementi della *Torre*;
- c) simulazione dell'aumento dell'inclinazione mediante l'applicazione di una coppia di valore crescente (come già fatto nel modello piano).

Naturalmente, la successione di carico adottata non voleva riprodurre cronologicamente ciò che è accaduto e potrebbe accadere al monumento: questo sarebbe teoricamente possibile solo utilizzando un modello di tipo viscoso e nell'ipotesi, non verificata, di avere a disposizione tutte le informazioni necessarie. Questo calcolo, nel limite delle approssimazioni, evidenzia gli stati tensionali.

5.2.6 Risultati del modello tridimensionale. Vengono messi in evidenza, nella situazione attuale (*time 2*), la presenza di parziali rotture per trazione nella parte sottopendenza del masso di fondazione: questo tende ad aprirsi essendo sede di sforzi di trazione dell'ordine di $2 \div 4 \text{ Kg/cm}^2$ sia in direzione radiale che in direzione tangenziale. Gli sforzi di taglio, generalmente ridotti, localmente raggiungono però valori di $5 \div 7 \text{ Kg/cm}^2$ in direzione normale al piano di massima pendenza.

Per quanto riguarda la struttura in elevazione, gli sforzi più elevati si verificano nella parte sottopendenza negli elementi del paramento esterno più prossimi alle aperture ed al vano scala (40 Kg/cm^2 a compressione); mentre nella parte soprapendenza si hanno localmente sforzi di trazione di $1 \div 2 \text{ kg/cm}^2$ (figg. 7-9). Questi valori in assoluto non sa-

rebbero preoccupanti per le caratteristiche di resistenza della muratura, se non avessimo grosse incertezze sulla compattezza ed omogeneità della stessa.

Circa il comportamento del terreno, il calcolo ha confermato quanto si era già visto nel modello piano. In particolare nella situazione attuale, nonostante la presenza di una profonda fascia di elementi plasticizzati sottopendenza alla fondazione, il materiale sembra poter offrire ancora margini di tenuta, seppure a prezzo di deformazioni crescenti.

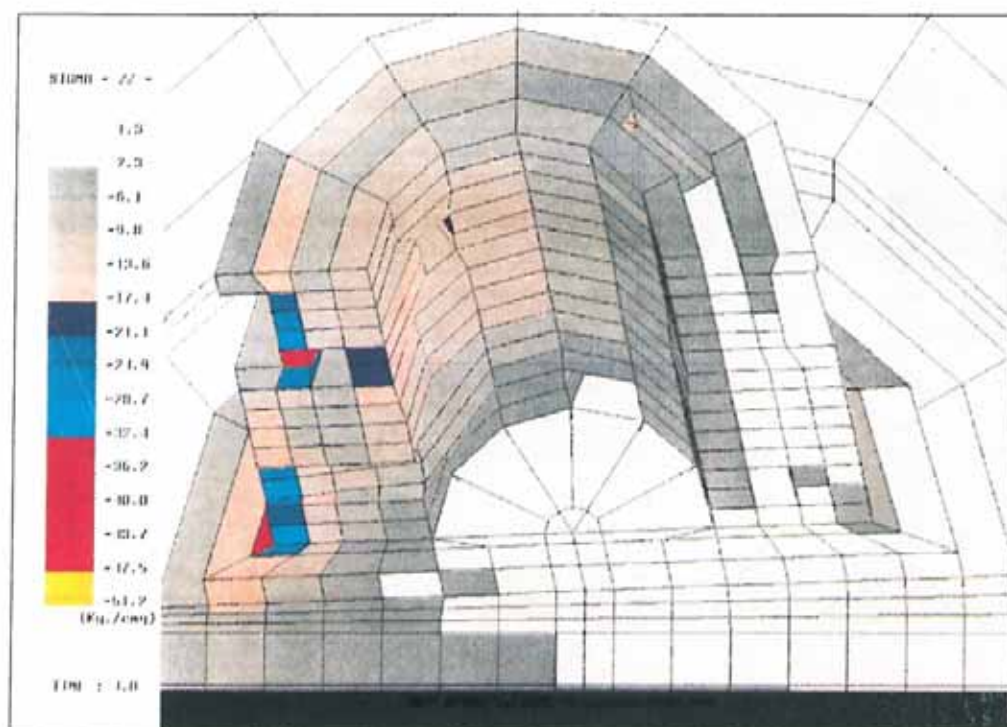


Fig. 7 Modello 3D: sforzi normali verticali sulla *Torre*.

L'analisi dei risultati delle *time* successive, in cui si è simulato l'effetto di un aumento dell'inclinazione rispetto al valore attuale, sembrano indicare che la crisi insorgerebbe per collasso della struttura muraria di fondazione: alla *time* 7, per un valore della coppia pari a 1,5 volte l'attuale, analizzando la progressione degli spostamenti del terreno alla base della fondazione, è interessante osservare come essi non si discostino sostanzialmente da un andamento lineare. Questo potrebbe indicare che il terreno, che è un materiale duttile, non è ancora prossimo alla rottura. Al contrario, alcuni elementi sottopendenza dell'anello di fondazione arrivano al collasso completo per sforzo di trazione, mentre nella parte soprapendenza si notano i primi sintomi di parzializzazione dell'area di contatto con il terreno.

Anche la struttura in elevazione comincia a lesionarsi per trazione, nella parte soprapendenza, in prossimità del colonnato e della muratura, con conseguenze sull'integrità architettonica, se non strutturale, del monumento.

Il valore dell'inclinazione che produce questa condizione e che quindi va considerato critico è pari a $6^{\circ}17'$.



Fig. 8 Modello 3D: sforzi normali verticali sulla fondazione.

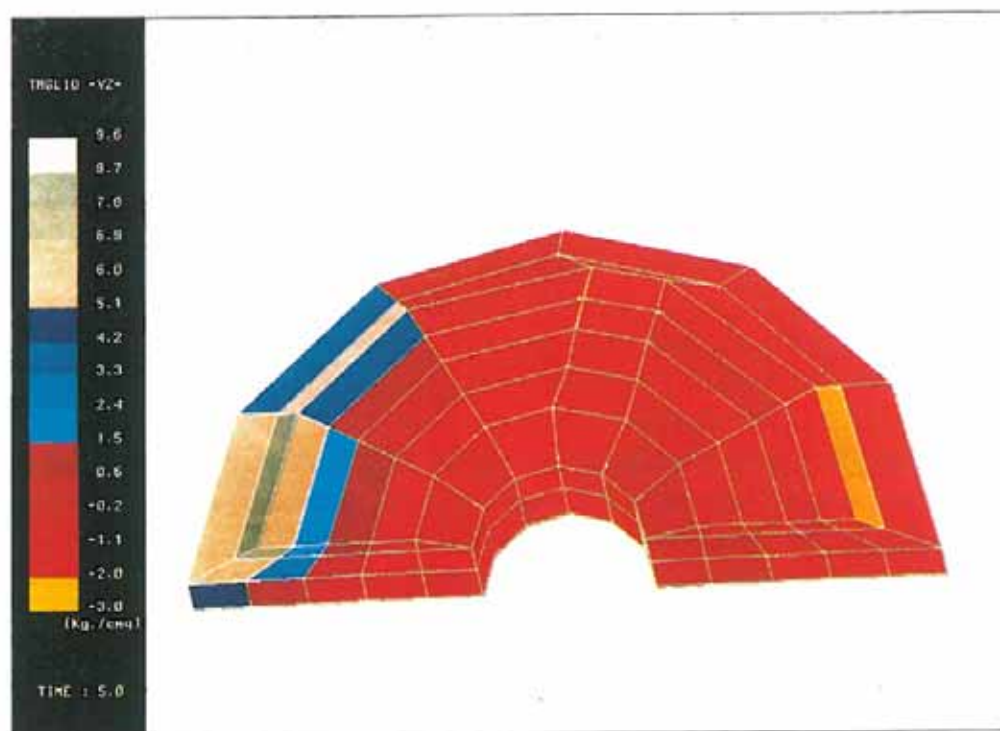


Fig. 9 Modello 3D: sforzi di taglio sulla fondazione.

6 Proposta d'intervento

Il calcolo numerico ha evidenziato che lo stato tensionale in alcune parti della struttura, in particolare nell'anello di fondazione, appare già elevato in rapporto alle caratteristiche di resistenza della muratura, per cui da un lato è imperativo intervenire con sollecitudine per allontanare il pericolo di cedimenti localizzati che avrebbero conseguenze deleterie sulla stabilità del monumento, dall'altro lato è necessario disturbare il meno possibile la struttura muraria già fortemente sollecitata.

In quest'ottica è stato concepito un metodo che, operando esclusivamente sul terreno di fondazione del monumento, consentirebbe di controllare e pilotare nel senso voluto i movimenti della *Torre* per ottenerne la completa stabilizzazione.

Il metodo è scaturito dall'osservazione che esiste una forte correlazione tra le escursioni piezometriche delle falde sotterranee ed i movimenti subiti dalla struttura (fig. 3).

Come è noto, un terreno poco permeabile nel quale una o più falde subiscono variazioni di livello, subisce a sua volta variazioni di volume in funzione del contenuto d'acqua dello stesso. In particolare, il drenaggio dell'acqua dai pori produce una riduzione di volume con conseguente abbassamento del piano campagna.

L'idea consiste quindi nel pilotare i movimenti della struttura nel senso voluto, provocando nel terreno di fondazione, mediante azioni separate o combinate di congelamento e drenaggio, cedimenti gradualmente pilotati, in modo da creare una coppia stabilizzante tale da ridurre l'inclinazione del monumento.

Le ipotesi d'intervento studiate, con riferimento alle figure 2 e 10, riguardano:

- congelamento del terreno sotto la *Torre*, lato sottopendenza (zona A);
- compartimentazione del terreno, con setti sottili impermeabili realizzati con il metodo *jet-grouting*, a racchiudere l'area dove si vuol provocare l'abbassamento del piano campagna (zona B) e successivo drenaggio forzato e graduale dell'acqua contenuta nella stessa zona fino ad ottenere il cedimento voluto.

La necessità di tenere sotto controllo l'entità dei cedimenti e la relativa evoluzione nel tempo ha reso indispensabile la verifica degli stessi mediante modellazione matematica.

A questo scopo è stato ripreso il modello tridimensionale utilizzato per le verifiche statiche, introducendo alcune modifiche al reticolo della fondazione. In particolare esso è stato modificato sia in profondità che in estensione, raggiungendo rispettivamente quota -41 m rispetto a p.c. e diametro di 80 m. Inferiormente il modello raggiunge pertanto le sabbie inferiori, comprendendo lo strato delle sabbie intermedie. In figura 2 sono riportati il profilo geologico ed il contorno del modello.

7 Descrizione delle fasi di calcolo

7.1 Congelamento

Ricostruite le condizioni geostatiche ed introdotta la presenza del monumento con la sua attuale pendenza, sono state valutate in campo non lineare alcune ipotesi di consolidamento. In primo luogo si sono voluti studiare a fondo gli effetti di un eventuale intervento di congelamento del terreno di fondazione.

Una analisi preliminare ha evidenziato l'opportunità di non congelare il terreno nelle immediate vicinanze del piano di fondazione e di limitare il trattamento fino alla profondità di -15 m da p.c., per una altezza totale di 8,5 m.

Tra fondazione e congelamento rimarrebbe dunque un cuscinetto di terreno non tratta-

to, naturalmente consolidato, di spessore compreso tra 190 e 310 cm (variazione dovuta all'inclinazione della base della *Torre*). Esso ha mostrato di poter svolgere una importante funzione di interfaccia, lasciando praticamente indisturbata la distribuzione degli sforzi nelle immediate vicinanze del piano di appoggio della fondazione, rendendo nello stesso tempo possibile il trasferimento degli spostamenti verticali indotti dai trattamenti sotto operati.

Calcoli teorici e considerazioni empiriche su dati relativi a prove eseguite sul terreno indicano che, per una temperatura di -10° , il sollevamento della *Torre* in seguito al rigonfiamento del terreno per congelamento sarebbe praticamente nullo, mentre si avrebbe addirittura un cedimento causato dall'eliminazione delle pressioni neutre all'interno del blocco di terreno trattato.

Interessante e utile rimarrebbe la possibilità di consolidare il terreno con notevole gradualità sviluppando moduli elastici dell'ordine dei 4000 kg/cm^2 che si ridurrebbero nel tempo a 2000. Perplessità sono altresì suscitate dal fatto che, a meno di non rendere permanente il congelamento, la perdita di coesione del terreno durante il disgelo renderebbe necessario realizzare un complesso e delicato programma di scongelamento per campioni e contemporanea sostituzione dell'acqua con apposite miscele opportunamente iniettate.

7.2 Drenaggio

Sul modello tridimensionale si sono valutati gli effetti di un consolidamento del terreno, lato soprapendenza, ottenuto mediante solo drenaggio dello stesso. La geometria della zona interessata dal drenaggio riguarda un settore di 60° , simmetrico rispetto al piano verticale di massima pendenza, come indicato nello schema di figura 10.

La compartimentazione del terreno, realizzata tramite sottili setti impermeabili eseguiti con il *jet-grouting*, permetterebbe di conseguire l'abbassamento del piano di fondazione, lato soprapendenza riducendo tendenzialmente l'attuale inclinazione della *Torre*. Il drenaggio forzato e graduale dell'acqua contenuta nella zona B permetterebbe cioè di pilotare con altrettanta gradualità l'assetto verticale del monumento ed eventualmente di ridurre l'inclinazione.

Questo tipo di intervento ha il vantaggio della completa reversibilità.

Nel modello sono stati valutati i cinematismi per diverse ipotesi di drenaggio. Esso ha evidenziato la possibilità di ottenere la stabilizzazione della *Torre* con il solo drenaggio.

7.3 Consolidamento combinato

Verificati separatamente gli effetti tenso-deformativi e l'interazione suolo-struttura con i due diversi tipi di consolidamento, si è proceduto allo studio degli effetti combinati. Per non complicare eccessivamente il modello, si è ripartiti dalle condizioni geostatiche procedendo prima al congelamento, secondo lo schema già descritto, e successivamente al drenaggio del lato soprapendenza. Nella realtà questi due interventi andrebbero eseguiti secondo un appropriato sincronismo, da mettere a punto su un apposito modello fisico. In figura 11 sono riportati i diagrammi degli spostamenti verticali calcolati in superficie ed in corrispondenza del piano di fondazione, tutti riferiti alla condizione attuale.

Il congelamento iniziale porterebbe ad un cedimento di 7 mm dell'estremità della fondazione lato sottopendenza, facendo perno sull'estremità opposta praticamente fissa. Un successivo drenaggio (base) facendo perno sul lato sottopendenza, già congelato, produrrebbe un cedimento di 5 mm portando a soli 2 mm il cedimento differenziale. Prose-

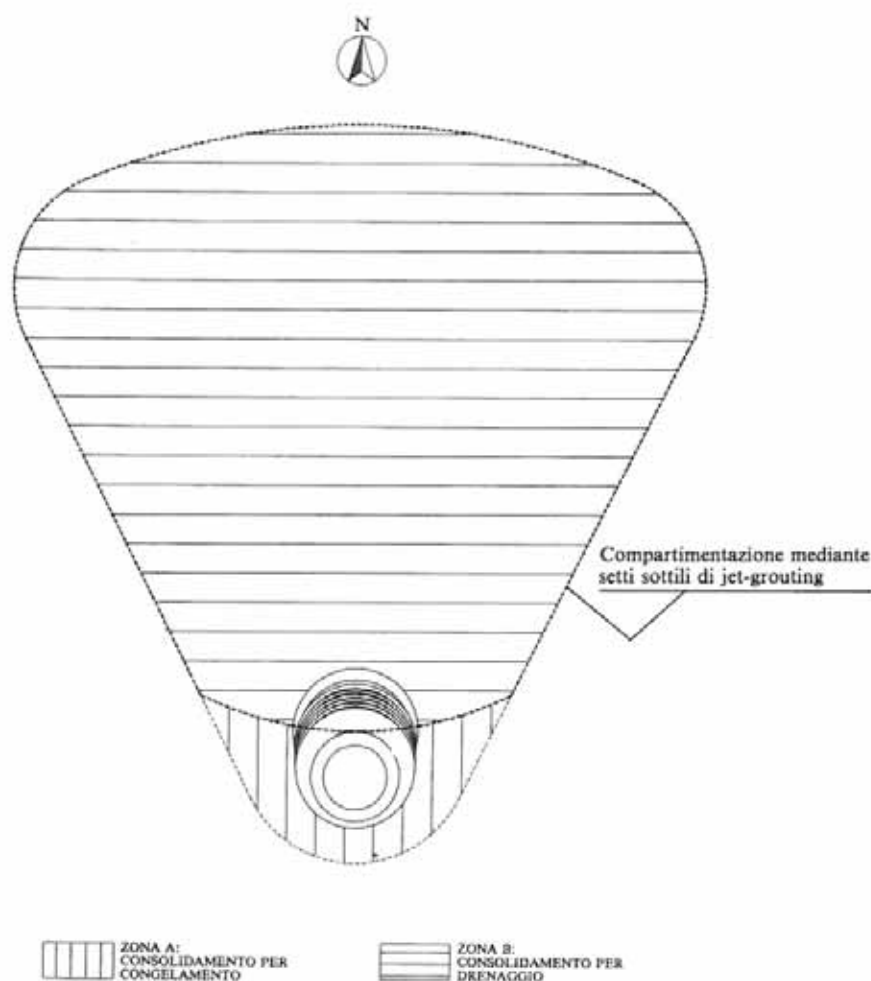


Fig. 10 Schema planimetrico di stabilizzazione per compartimentazione del terreno e regimazione della falda.

guendo con il drenaggio (1.33 volte drenaggio base) si raggiunge il completo livellamento dei cedimenti, vale a dire l'annullamento della rotazione. Drenando ulteriormente, risulta possibile pilotare a volontà la rotazione dell'asse della *Torre* al punto da permettere un eventuale recupero della pendenza. Va segnalato che considerando un degrado del 50% del modulo elastico del materiale congelato, fenomeno questo legato al tempo, non si sono evidenziate variazioni apprezzabili nei cedimenti (con riferimento sempre alla figura 11 la curva denominata «1.33 drenaggio base» coincide con quella indicata con «Lungo Termine» [L.T.]).

Allo scopo di saggiare la non linearità della risposta del modello si è proseguito con il drenaggio raggiungendo 1.67 e 2.0 volte il livello base. In quest'ultimo caso si avrebbe un cedimento differenziale di -8 mm, corrispondente ad un recupero della pendenza valutabile in oltre 2 cm.

8 Analisi dei risultati

Esaminati i cinematismi associati ai diversi tipi di consolidamento, l'individuazione della procedura ottimale deve considerare attentamente anche i livelli di sollecitazione.

A questo riguardo la modellazione tridimensionale, se da un verso ha fornito gli sforzi

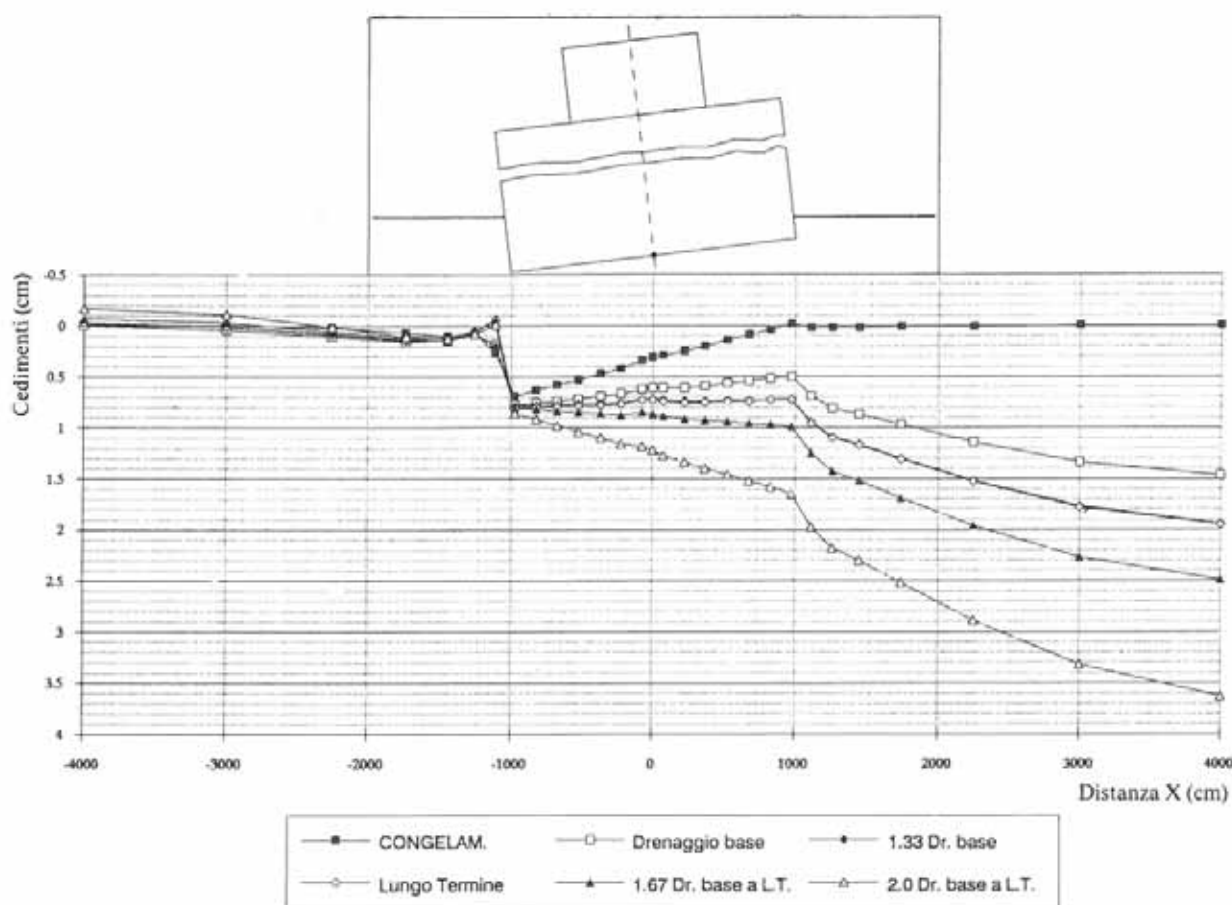


Fig. 11 Fasi di consolidamento: spostamenti verticali superficiali (congelamento + drenaggio).

con un livello di dettaglio inferiore a quello del modello piano, dall'altro ha permesso di considerare uno schema statico decisamente più realistico ed affidabile.

Secondo le aspettative, l'esiguità dei cedimenti ottenuti lascia sostanzialmente immutati gli stati di sforzo nelle strutture della *Torre*, tanto che nelle figure allegate possiamo tranquillamente omettere l'indicazione dello *step* di riferimento. La spiegazione di questo risiede nella presenza del cuscinetto di terreno non trattato tra la fondazione della *Torre* ed il terreno consolidato: esso media le variazioni di sforzo negli strati inferiori, evitando che queste alterino apprezzabilmente l'originaria distribuzione delle pressioni sotto la fondazione.

Entrambe le ipotesi (drenaggio + congelamento o solo drenaggio), sulla base dei risultati dei calcoli, risultano percorribili. La rotazione dell'asse della *Torre* non risulta mai tale da incrementare in modo significativo l'eccentricità. Infatti, anche se nell'ipotesi di congelamento sottopendenza fatto prima del drenaggio il calcolo indica che questa potrebbe aumentare di 2 cm, nella realtà, procedendo contemporaneamente al drenaggio soprapendenza, è possibile mantenere la rotazione costantemente nulla, con l'opportunità, anzi, di ridurla.

9 Conclusioni

Il presente studio bi e tridimensionale ha valutato in campo elastoplastico lo stato di sollecitazione attuale sia del terreno che dei materiali costituenti la *Torre*. Le note difficoltà

di simulazione di una struttura in muratura in un modello matematico costituiscono una limitazione oggettiva del livello di affidabilità dei risultati. Tuttavia si ritiene che tale limitazione non possa inficiare le conclusioni della ricerca. Obiettivo primario era infatti cogliere le variazioni degli spostamenti e degli sforzi sul terreno e sulla *Torre*, indotte dagli interventi di consolidamento proposti.

Il calcolo ha confermato, nelle diverse ipotesi, l'opportunità di lasciare inalterato un cuscinetto di terreno sotto la fondazione per uno spessore variabile tra i 2 ed i 3,5 m.

La possibilità di congelare il terreno nella zona sottopendenza implica la necessità operativa di graduare contemporaneamente il drenaggio sul lato opposto (cosa del resto agevole).

Perplessità sono suscitate dalla necessità di supplire alla perdita di coesione del terreno durante la fase di disgelo, con interventi di consolidamento difficili e delicati; questo per evitare di dover mantenere il congelamento «a vita».

Pertanto sembra preferibile un intervento di solo drenaggio che consentirebbe comunque di ridurre l'eccentricità della *Torre* (fig. 12), con il vantaggio di essere completamente reversibile. Gli sforzi calcolati nella *Torre* e nella fondazione non subiscono variazioni significative come dimostrato dalle mappe a colori (figg. 13-17).

La regimazione della falda, già di per se stessa metodo dinamico di stabilizzazione della *Torre*, può costituire premessa anche per una successiva fase di consolidamento ulteriore del terreno e della fondazione con metodi che l'attuale situazione non consente di adoperare con sufficiente sicurezza.

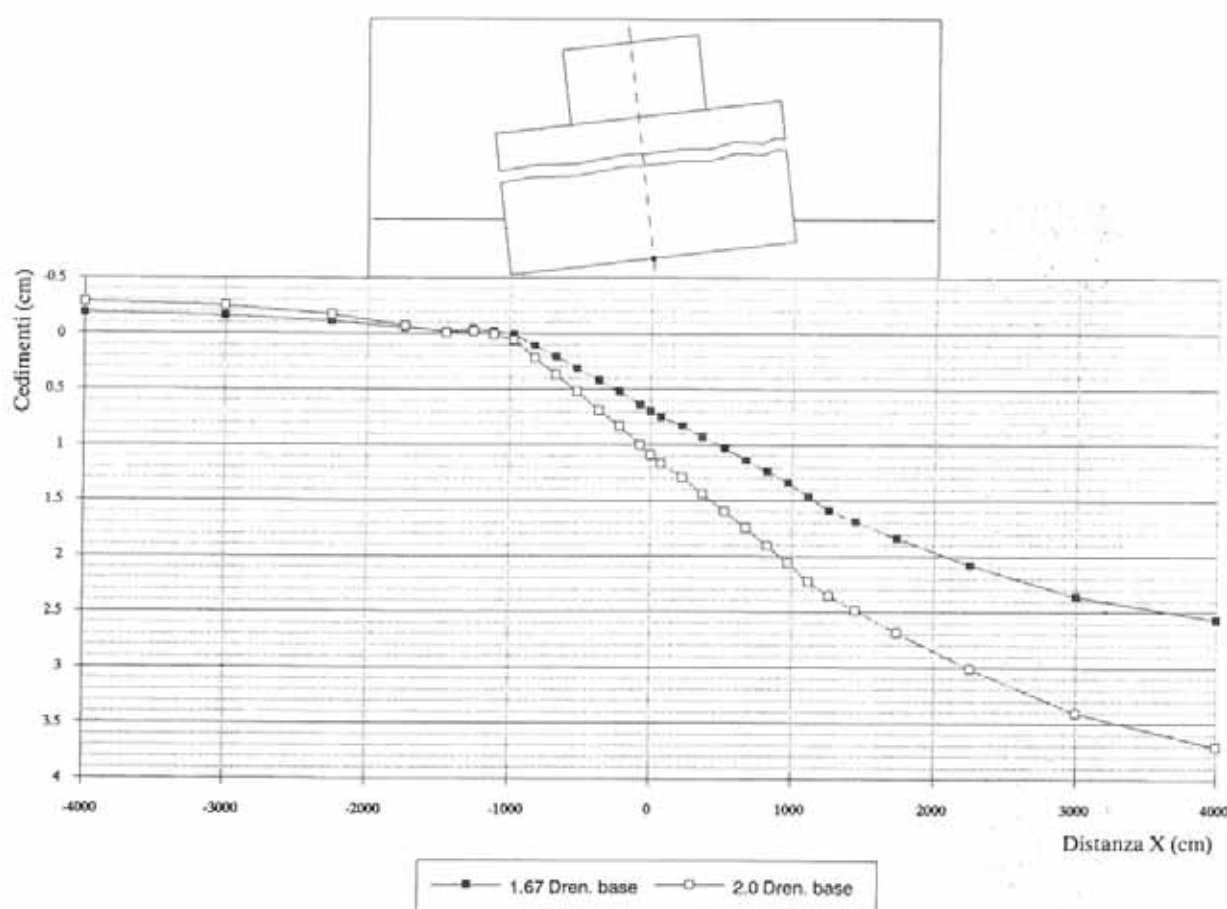


Fig. 12 Fasi di drenaggio: spostamenti verticali superficiali.

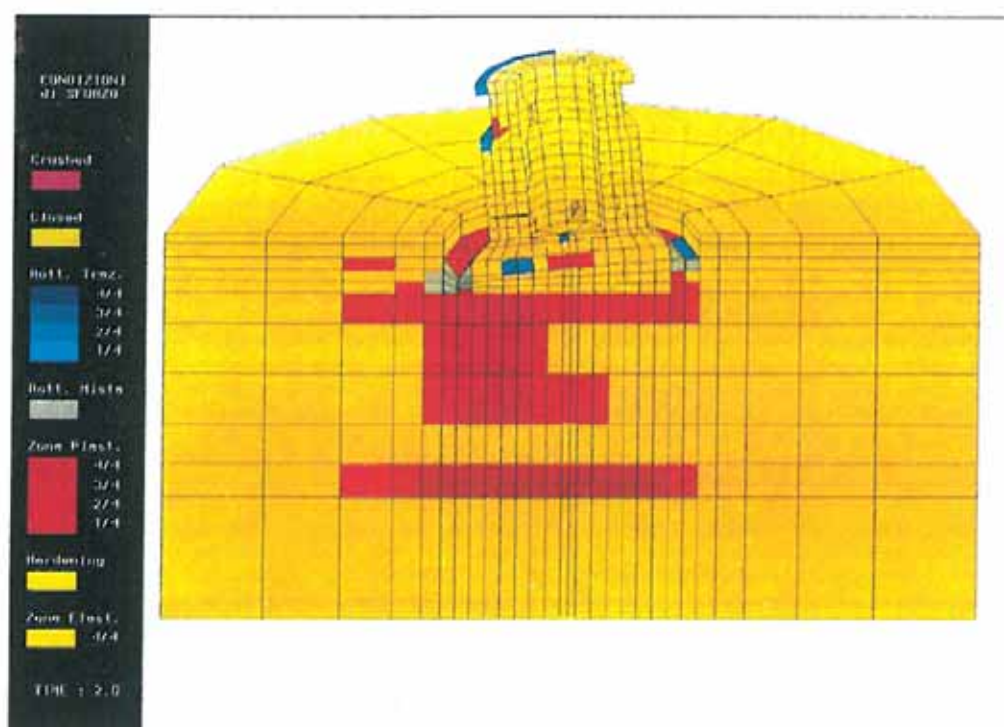


Fig. 13 Modello 3D: elementi plasticizzati nella configurazione attuale.

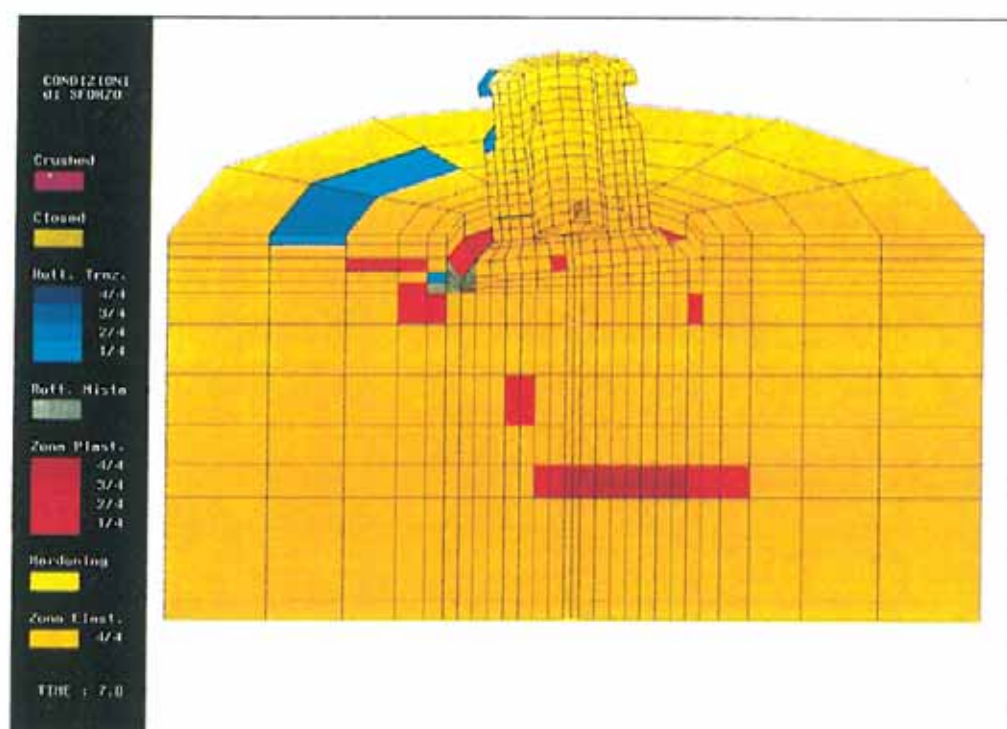


Fig. 14 Modello 3D: elementi plasticizzati nell'ipotesi di solo drenaggio.

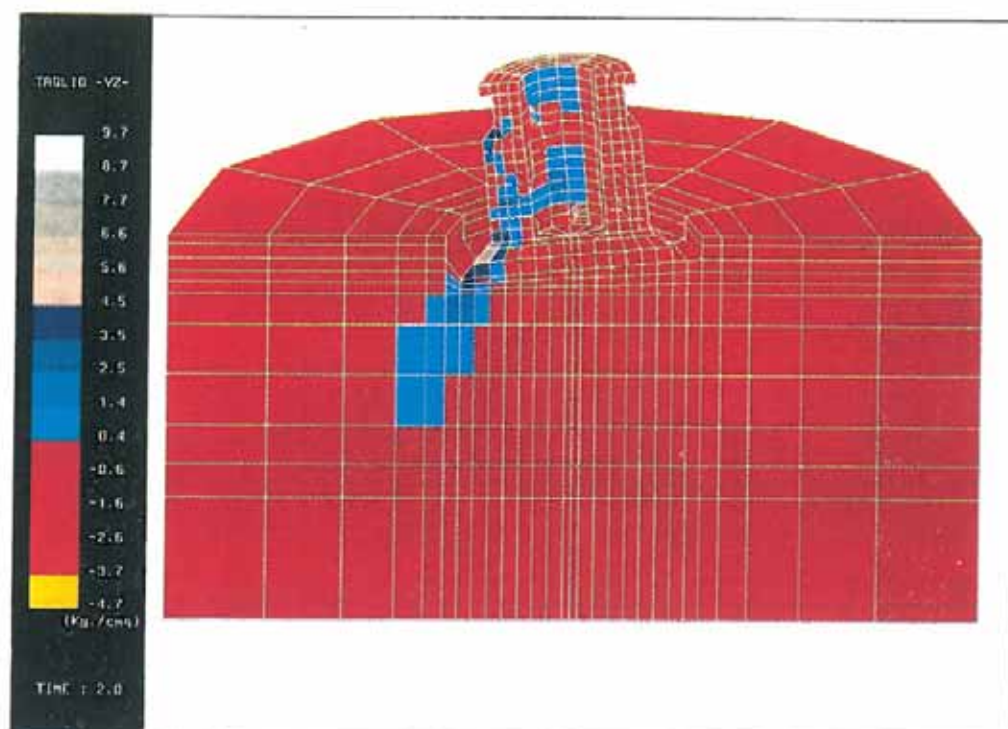


Fig. 15 Modello 3D: sforzi di taglio nella configurazione attuale.

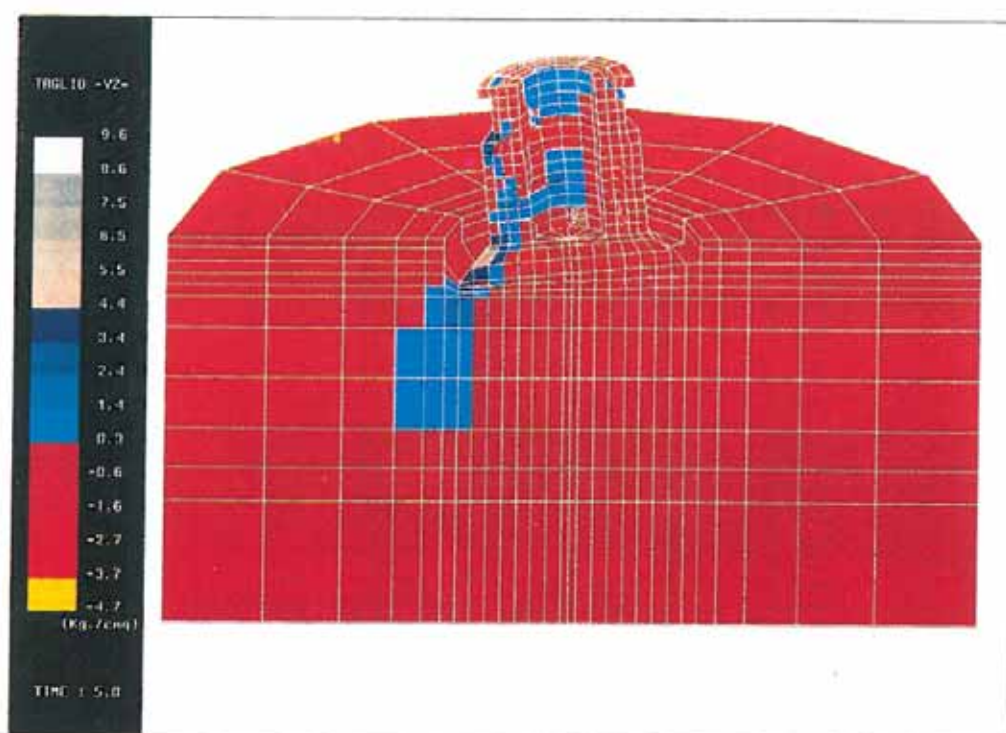


Fig. 16 Modello 3D: sforzi di taglio nell'ipotesi di congelamento + drenaggio.

La soluzione proposta potrebbe dunque essere quella ottimale e più indolore tra quelle sin qui prospettate, perché consentirebbe di rimuovere alla radice le cause del dissesto ed ottenere la completa stabilizzazione del monumento senza alterare in maniera irreversibile lo stato di equilibrio iniziale, né toccare in alcun modo l'antica struttura muraria.

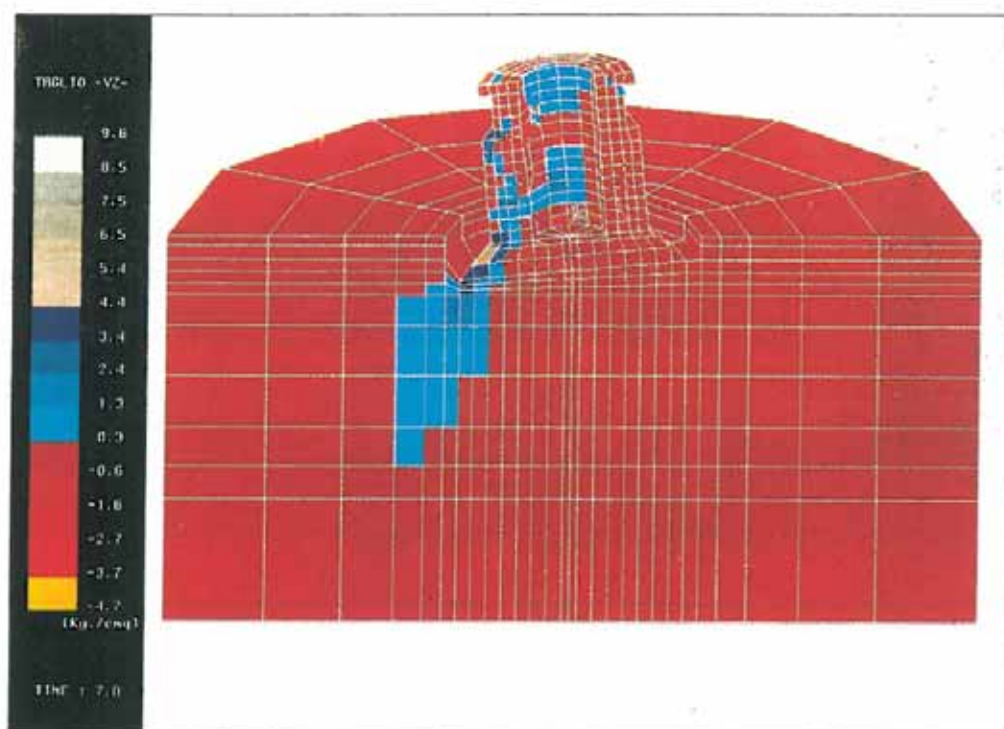


Fig. 17 Modello 3D: sforzi di taglio nell'ipotesi di solo drenaggio.

L'autore ringrazia per la collaborazione prestata il Prof. Ing. Fabio Selleri dell'Università di Firenze, il Prof. Ing. Giuseppe Ricceri e l'Ing. Paolo Simonini dell'Università di Padova, il Cott. Ing. Pier Paolo Rossi dell'ISMES S.p.A. di Bergamo, l'Ing. Francesco Gallavresi di Milano, l'Ing. Massimo Bocchi di Piacenza e l'Ing. Simone Cemin della Rocksoil S.p.A. di Milano.

Un particolare ringraziamento va ai propri collaboratori, ingegneri Renzo Bindi e Claudio Dal Bo, per i significativi contributi apportati allo studio della attuale situazione statica dalla Torre ed alla messa a punto della soluzione proposta.

(Ricevuto: 12.10.1992)

Bibliografia essenziale

- D.C. Drucker, W. Prager, *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*, Quarterly of Applied Mathematics, 10 (1952), pp. 157-165;
- P. Sanpaulesi, *Il Campanile di Pisa*, Opera della Primaziale, Pisa 1956;
- N.J. Jambu, *Soil compressibility as determined by endometer and triaxial test*, Proceedings of the European Conference on S.M.F.E., Wiesbaden 1963, vol. 1, pp. 19-25;
- J.M. Duncan, C.Y. Chang, *Nonlinear analysis of stress and strain in soils*, ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 96 SM5 (1970), pp. 1629-653;
- G. Mesri, P.M. Godlewski, *Time and stress-*

compressibility interrelationship, ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 103 GT5 (1970), pp. 417-430;

— Ministero dei Lavori Pubblici - Commissione per il consolidamento della Torre pendente di Pisa (Legge 19 maggio 1965, n. 506), *Ricerche e studi sulla Torre pendente di Pisa e i fenomeni connessi alle condizioni dell'ambiente*, Istituto Geografico Militare, Firenze 1971;

— P. Colombo, *Elementi di geotecnica*, Zanichelli, Bologna 1974;

— R. Bartelletti, F. Selleri, *Lo stato di tensione nelle strutture della Torre pendente di Pisa*, Atti dell'Istituto di Scienza delle Costruzioni dell'Università di Pisa, vol. XV, 1976;

— F. Selleri, *Natura e stato di conservazione della struttura muraria della Torre di Pisa*, Atti del Convegno su *I problemi della subsidenza nella politica del territorio e della difesa del suolo*, Pisa 9-10 novembre 1978;

— Ministero dei Lavori Pubblici, *La stabilità della Torre di Pisa. Sintesi delle attività svolte dalle commissioni ministeriali*, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, Roma 1979;

— H.L. Jessberger, *A state-of-the-art report. Ground Freezing: mechanical properties, processes and design*, Secondo Simposio Internazionale su *Ground Freezing*, Trondheim 24-26 giugno 1980;

— G. Ricceri, M. Soranzo, *Parametri elastici e resistenza a rottura di sabbie sature in prove triassiali drenate*, Rivista Italiana di Geotecnica, 14 (1980), pp. 133-143;

— G. Scarpelli, *Parametri di progetto per le argille sovraconsolidate: la sessione n. 4 del Congresso di Brighton*, Rivista Italiana di Geotecnica, 15 (1981);

— K.J. Bathe, *Finite element procedures in engi-*

neering analysis, Prentice Hall, 1982;

— M.J. Keedwell, *Rheology and soil mechanics*, Elsevier, Barking (UK) 1984, pp. 133-197;

— C.L. Ragghianti, *La Torre pendente: nuove indagini e interpretazioni*, in *Il Duomo e la civiltà pisana del suo tempo*, Opera della Primaziale, Pisa 1986;

— S.J. Vialov, *Rheological fundamentals of soil mechanics*, Elsevier, Amsterdam 1986, pp. 97-219;

— P.M. Byrne et Al., *Soil parameters for deformation analysis of sand masses*, Canadian Geotechnique 24 (1987), pp. 366-376;

— R. Lancellotta, *Geotecnica*, Zanichelli, Bologna 1987;

— G. Mesri, A. Castro, *C_u/C_v concept and K_o during secondary compression*, ASCE, Geotechnical Engineering Division, vol. 113, n. 3 (1987), pp. 230-247;

— *Rapporto 28 Aprile 1987*, Relazione interna ISMES, Bergamo;

— M. Jamiolkowski, *Research applied to geotechnical engineering*, Proc. Inst. Civ. Engrs., Part 1, 84 (1988), pp. 571-604;

— R. Sansoni, *Cedimenti e Consolidamenti*, Hoepli, Milano 1989, pp. 191-211;

— M. Bocchi, *Studio sulla stabilità della Torre di Pisa*, Tesi di laurea, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Parma, A.A. 1989-90;

— P. Pierotti, *Una torre da non salvare*, Pacini, Pisa 1990;

— G. Calabresi, C. Cestelli Guidi, *Le attuali condizioni di stabilità della Torre di Pisa*, Materiali e Strutture, I (1991), 1, pp. 3-11;

— P. Ventura, *Studio sul compenso dei carichi sulla fondazione della Torre di Pisa*, Materiali e Strutture, II (1992), 3, pp. 85-95.

L'Autore:

Prof. Ing. Pietro Lunardi, Docente di Difesa e Conservazione del Suolo, Facoltà di Ingegneria, Università degli Studi di Parma.

Summary

The stability of the leaning Tower in Pisa could be increased without any irreversible modification of the present condition of the soil and without touching the masonry structure.

The present proposal is based on the correlation existing between the movements of the Tower and the piezometric excursions of the water table in the soil (fig. 3).

On the basis of the fact that a low permeability soil undergoes volume changes as a function of variations of the water level (e.g. draining of the pores results in a reduction of volume) the movements of the Tower could be guided as desired by freezing or draining the foundation soil, or by a combination of both.

Figures 2 and 10 illustrate the proposed scheme:

- freezing of the soil under the leaning side (zone A);
- formation of impermeable barriers by jet-grouting, isolating an area where a decrease of the ground level is desired (zone B);
- forced and gradual drainage of zone B.

The author and his co-workers (R. Bindi and C. Dal Bo) have undertaken a feasibility study of this hypothetical scheme collecting all available data on the behaviour of the soil and the structure of the Tower, and producing three numerical models by finite elements analysis:

- a plane model whose purpose is to evaluate the order of magnitude of the plastic behaviour of the soil as a function of the inclination of the Tower;
- a first tri-dimensional model, optimized on the basis of results derived from the plane model, aimed to the evaluation of the present safety margin of the monument;
- a second tri-dimensional model allowing to estimate the effects of the proposed intervention.

Calculations were extended to the region of non-linear behaviour of the materials, in order to take into consideration their elastic and plastic behaviour as realistically as possible.

The plane model shows that the soil is affected by the perturbation caused by the Tower up to a depth of 35 m, on the leaning side, but plastic splits start appearing in the soil also on the opposite side (fig. 5). If the acting couple is doubled, the model shows that the plasticized section does not deepen but rather expands widely sideways reaching the surface area opposite the lean direction (fig. 6). Furthermore a possible slip plane is shown which might become critical if the inclination is further increased.

The first tri-dimensional model shows that the foundation block is subject to partial ruptures on the leaning side; actually it tends to open under radial and tangential stresses of the order of magnitude of 2 to 4 kg/cm². Shear stresses are in general small but locally they may reach values up to 5 to 7 kg/cm² in a direction normal to the plane of maximum lean. Above soil level, the maximum compressive stresses are calculated on the leaning side in stones of the outer shell which are close to the openings or to the staircase (40 kg/cm²) while on the opposite side tensile stresses of 1 to 2 kg/cm² are possible (figs. 7-9). Such stresses would not be worrying in themselves, but for the fact that one can not rely exceedingly on the compactness and homogeneity of the masonry. As to the behaviour of the soil, it looks like it still offers a sufficient margin of resistance, notwithstanding the presence of a band of plasticized elements under the foundation on the leaning side, but further deformation is to be expected in the future.

By simulation of the effect of a progressive increase of the inclination, beyond the present value, it is calculated that a catastrophic event would be determined by a collapse of the masonry in the foundation structure.

The second tri-dimensional model indicates that the proposed stabilization process would allow to reach a satisfactory condition both by drainage alone and by a drainage/freezing combination.

It is also shown that in all cases it is highly desirable to leave undisturbed a cushion of soil, 2 to 3.5 m thick, under the foundation; the change in thickness being determined by the inclination of the Tower. This layer plays an important role as an interface since it allows the transfer of all vertical movements determined by the soil treatment while it avoids any disturbance of the stress distribution in the proximity of the foundation-bearing plane. Freezing of the soil under the leaning side implies the contemporary gradual drainage on the opposite side, which is rather easy to accomplish; a motive for worry is instead constituted by the fact that after thawing the soil will have to be consolidated, otherwise the frozen condition should be maintained forever.

A process based on drainage alone may therefore be preferable, as it allows anyway to reduce the eccentricity of the tower (fig. 12) while offering the advantage of a complete reversibility. The colour maps show that stresses calculated in the Tower and in the foundation do not undergo a significative change in the course of the process.

The dynamic control of the water table, which by itself may achieve a stabilization of the Tower, might allow in a later phase to apply to the soil a conventional consolidation process which in the present condition may not be used with sufficient confidence.